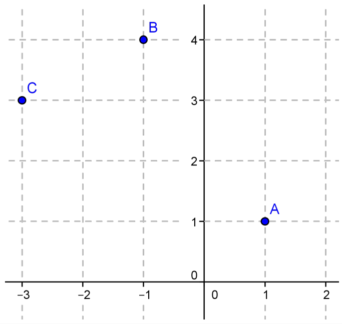
Exercices : nombre complexe et géométrie
Corrigés en vidéo et le cours sur jaicompris.com

Comprendre le lien entre les points, les vecteurs et les nombres complexes

1) Lire les affixes z_A, z_B et z_C des points A,B et C.
2) Déterminer l'affixe du vecteur $\overrightarrow{AB}$ graphiquement puis à l'aide des affixes.
3) Déterminer l'affixe de I milieu de [AC] graphiquement puis à l'aide des affixes.
4) Déterminer de deux façons différentes l'affixe du point D tel que ABCD soit un parallélogramme.



Nombre complexe et vecteur

Soit A, B et C d'affixes respectives $z_A = -3 + 2i$ $z_B = 1 - 2i$ $z_C = -1 + 6i$.
On considère le point M tel que $3\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{AC}$.
1) Déterminer l'affixe z_M du point M et en déduire ses coordonnées.
2) Faire une figure et placer les points A, B, C et M.
3) Soit D le symétrique de A par rapport à B. Déterminer l'affixe z_D du point D.
4) Les points M, D et C sont-ils alignés ? Justifier.

Nombre complexe et milieu, centre de gravité, triangle

Soit A, B, C d'affixes respectives z_A, z_B et z_C.
1) Soit I : le milieu du segment [AB]. On note z_I l'affixe de I.
   a) Rappeler la définition vectorielle de I.
   b) En déduire z_I en fonction de z_A et z_B.
2) Soit G le centre de gravité du triangle A, B ,C. On note z_G l'affixe de G.
   On rappelle que G vérifie $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{0}$.
   Déterminer z_G en fonction de z_A, z_B et z_C.
3) On donne $z_A = 3 + 2i$, $z_B = -2 + 5i$ et $z_C = -5 - 4i$.
   a) Déterminer l'affixe de J, milieu de [BC].
   b) Déterminer l'affixe de G, centre de gravité du triangle ABC.
   c) Les points J, G et A sont-ils alignés ? Justifier.
   d) Cela était-il prévisible ? Justifier.

Démonstration de cours - ROC

On rappelle que l'affixe du vecteur $\overrightarrow{OM}$ est égale à l'affixe du point M.
Autrement dit $z_{\overrightarrow{OM}} = z_M$.
Soit A et B deux points d'affixes respectives z_A et z_B.
1) Décomposer le vecteur $\overrightarrow{AB}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$.
2) En déduire l'affixe du vecteur $\overrightarrow{AB}$ en fonction de z_A et z_B.

D'après sujet de Bac

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O; \overrightarrow{u}; \overrightarrow{v})$.
À tout point M d'affixe z, on associe le point M' d'affixe $z' = z^2 + 4z + 3$.
Déterminer l'ensemble E des points M d'affixe $z = x + iy$ où x et y sont réels, tels que le point M' soit sur l'axe des réels.
Puis représenter l'ensemble E.

Condition pour qu'un complexe soit réel - imaginaire pur - Ensemble de points
Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O;\overrightarrow{u};\overrightarrow{v})$.
Soit z un nombre complexe différent de i.
On note $z' = \dfrac{z+i}{z-i}$. On appelle X et Y respectivement la partie réelle et imaginaire de z'.

1) On pose $z = x + iy$ avec x et y réels. Déterminer X et Y en fonction de x et y.
2) Déterminer l'ensemble $\mathscr{E}_1$ des points M d'affixe z tels que z' est réel.
3) Déterminer l'ensemble $\mathscr{E}_2$ des points M d'affixe z tels que z' est imaginaire pur.

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O;\overrightarrow{u};\overrightarrow{v})$.
À tout point M d'affixe z différente de $3i$, on associe le point M' d'affixe $z' = \dfrac{z-2}{iz+3}$.
On appelle X et Y respectivement la partie réelle et imaginaire de z'.

1) On pose $z = x + iy$ avec x et y réels. Déterminer X et Y en fonction de x et y.
2) Déterminer l'ensemble $\mathscr{E}_1$ des points M d'affixe z tels que z' soit réel.
3) Déterminer l'ensemble $\mathscr{E}_2$ des points M d'affixe z tels que z' soit imaginaire pur.

Nombre complexe et alignement
On considère la suite de nombres complexes (z_n) définie par $z_0 = 100$ et pour tout entier naturel n, $z_{n+1} = \dfrac{i}{3}z_n$.
Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(\mathrm{O}\,;\vec{u}\,;\vec{v})$.
Pour tout entier naturel n, on note M_n le point d'affixe z_n.
Démontrer que pour tout entier naturel n, les points O, M_n et M_{n+2} sont alignés.
