Variations d'une suite
Suite croissante - Décroissante - Première S ES STI - Exercices
Corrigés en vidéo avec le cours sur jaicompris.com

Variations d'une suite et signe de $u_{n+1} - u_n$

Pour chaque suite définie ci-dessous, calculer les premiers termes à la main, conjecturer le sens de variations puis démontrer la conjecture en étudiant le signe de $u_{n+1} - u_n$.

1. (u_n) est la suite définie pour tout entier naturel n par $u_n = \dfrac{n}{3^n}$.
2. (u_n) est la suite définie pour tout entier naturel non nul n par $u_n = n + \dfrac{1}{n}$.

Variations d'une suite du type $u_n = f(n)$

Les suites ci-dessous sont définies par une relation du type $u_n = f(n)$. Dans chaque cas, préciser f, étudier ses variations sur $[0\ ;\ +\infty[$ et en déduire les variations de la suite.

1. $u_n = 5 - \dfrac{n}{3}$
2. $u_n = 2n^2 - 7n - 2$
3. $u_n = \dfrac{1}{2n+1}$

Variations d'une suite à l'aide de $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$

On admet que les suites ci-dessous ont tous leurs termes strictement positifs. En comparant le quotient $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$ à 1, étudier le sens de variations des suites.

1. Pour tout entier n avec $n \geqslant 1$, $u_n = \dfrac{3^n}{5n}$.
2. Pour tout entier n avec $n \geqslant 1$, $u_{n+1} = \dfrac{8u_n}{n}$ et $u_1 = 1$.

Variations d'une suite à l'aide de deux méthodes différentes

Démontrer en utilisant deux méthodes différentes que la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = n^2 - 10n$ est monotone à partir d'un certain rang (que l'on précisera).

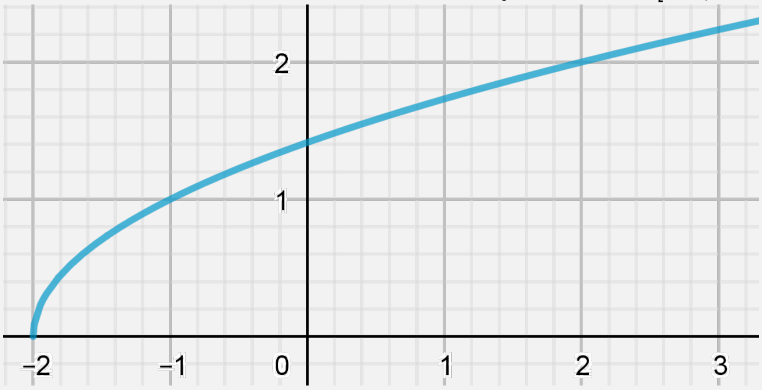
Variations d'une suite définie par récurrence

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_{n+1} = u_n^2 - 2u_n + 3$ et $u_0 = 1$.

1. Calculer à la main u_1, u_2, u_3 et u_4.
2. Conjecturer le sens de variation de la suite (u_n).
3. (a) Montrer que pour tout réel x, $x^2 - 3x + 3 > 0$.
   (b) Démontrer votre conjecture.

Suite définie par récurrence et sens de variations - Quantité conjuguée

On considère la suite définie pour tout entier naturel n, par $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = \sqrt{2 + u_n}$.
On a tracé ci-dessous la courbe de la fonction f définie sur $[-2; +\infty[$ par $f(x) = \sqrt{2 + x}$.



1) A l'aide du graphique, représenter u_0, u_1, u_2 et u_3.
2) Quelle conjecture peut-on faire concernant le sens de variation de la suite (u_n).
3) Dans la suite de l'exercice, on admet que pour tout entier naturel n, $0 \leq u_n \leq 2$.

   a) Démontrer que pour tout entier naturel n, $u_{n+1} - u_n = \dfrac{-u_n{}^2 + u_n + 2}{\sqrt{2 + u_n} + u_n}$.

   b) En déduire le sens de variation de la suite (u_n).