Suite définition
Formule explicite et par récurrence - Première S ES STI - Exercices
Corrigés en vidéo avec le cours sur jaicompris.com

Modes de génération d'une suite

Pour chacune des suites définies ci-dessous, calculer à la main le terme demandé puis vérifier à la calculatrice.

1. Pour tout entier n, $u_n = \dfrac{(-2)^n}{n+1}$. Calculer u_5.
2. Pour tout entier n, $v_{n+1} = v_n(v_n - 1) - 2$ et $v_0 = 2$. Calculer v_3.
3. Pour tout entier n, $w_{n+1} = (n+1)w_n$ et $w_0 = 1$. Calculer w_4.

Suites : une suite du type $an^2 + bn + c$

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_{n+1} = u_n + 4n - 6$ avec $u_0 = 1$.

1. Calculer à la main u_1, u_2 et u_3.
2. Vérifier vos résultats à la calculatrice puis afficher sur l'écran de votre calculatrice le nuage de points associé aux sept premiers termes de la suite. A quel type de fonction ce nuage de points fait-il penser ?
3. On admet maintenant qu'il existe trois réels a, b et c tels que pour tout entier naturel n, on ait $u_n = an^2 + bn + c$. Déterminer les réels a, b et c.
4. Vous assurer alors que la suite $(an^2 + bn + c)$ obtenue vérifie la relation de récurrence qui définit la suite (u_n).

Définir une suite

Pour chacune des suites proposées ci-dessous, donner une formule explicite pour u_n en fonction de n et une expression de u_{n+1} en fonction de u_n.

1. (u_n) est la suite des entiers pairs : $u_0 = 0, u_1 = 2, u_2 = 4, u_3 = 6, \dots$
2. (v_n) est la suite des entiers impairs : $v_0 = 1, v_1 = 3, v_2 = 5, v_3 = 7, \dots$
3. (w_n) est la suite des carrés parfaits : $w_0 = 0, w_1 = 1, w_2 = 4, w_3 = 9, w_4 = 16, \dots$

Une suite périodique

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_{n+1} = 3 - u_n$ et $u_0 = -1$.

1. Calculer u_1, u_2 et u_3.
2. Soit n un entier naturel, conjecturer les valeurs de u_{2n} et de u_{2n+1}.
3. Démontrer maintenant que, quelle que soit la valeur de u_0, on a pour tout entier naturel n, $u_{n+2} = u_n$.

Suite - Formule explicite et par récurrence

On considère la suite définie pour tout entier naturel n, par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = 2u_n - n + 1$.
1) Calculer u_1, u_2 et u_3.
2) Déterminer une relation pour $n \geq 1$ entre u_n et u_{n-1}.
3) On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = 2^n + n$.
   a) Calculer v_0, v_1, v_2 et v_3.
   b) Quelle conjecture peut-on faire ? Démontrer cette conjecture.

Traduire une situation à l'aide d'une suite

Traduire chacune des situations suivantes à l'aide d'une suite (u_n) :
Pour cela, déterminer le terme initial et une relation de récurrence entre u_{n+1} et u_n.
   1°) Tous les ans, un arbre pousse de 30 cm.
   2°) Un livre coûte cette année 12€. Son prix augmente de 7% par an tous les ans.
   3°) Un livre coûte cette année 12€. Son prix baisse de 7% par an tous les ans.
   4°) Chaque année, une ville de 100 000 mille habitants a sa population qui augmente de 4% par accroissement naturel et perd 3000 habitants qui déménagent.
   5°) Myriam place à la banque 350€ à intérêts composés de 4% par an.

Suite de Syracuse - Algorithme

On considère la suite u définie par son premier terme u_0, entier strictement positif et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = \begin{cases} \dfrac{u_n}{2} & \text{si } u_n \text{ est } \textbf{pair} \\ 3u_n + 1 & \text{si } u_n \text{ est } \textbf{impair} \end{cases}$.
1) Calculer les neuf premiers termes de la suite lorsque $u_0 = 10$. Qu'observe-t-on ?
2) Qu'observe-t-on lorsque $u_0 = 13$?
3) Quelle conjecture peut-on faire ?
4) Écrire un algorithme pour tester cette conjecture.

Piège classique - Algorithme et suite

On considère les suites (u_n) et (v_n) définies par :
$u_0 = 1$ et $v_0 = 0$ et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 3u_n + 4v_n$ et $v_{n+1} = 2u_n + 3v_n$.
On cherche u_n et v_n qui soient tous les deux supérieurs à 1000.
Écrire un algorithme qui affiche le premier couple $(u_n ; v_n)$ qui vérifie cette condition, en utilisant une boucle **Tant Que**.

Suite périodique

Soit la suite (u_n) définie par son premier terme $u_0 \neq 1$ et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = \dfrac{u_n + 1}{u_n - 1}$.
On admet que tous les termes de la suite sont différents de 1.
1) Calculer les quatre premiers termes de la suite lorsque $u_0 = 0$. Qu'observe-t-on ?
2) Même question lorsque $u_0 = 2$.
3) Quelle conjecture peut-on faire ?
4) Démontrer cette conjecture.

Déterminer les termes d'une suite à l'aide d'un tableur

	A
1	u_n
2	3
3	11
4	27
5	59

1. Soit la suite (u_n) définie par $u_0 = 3$ et pour tout entier naturel n par $u_{n+1} = 2u_n + 5$.
   A l'aide d'un tableur, on obtient les valeurs des premiers termes de la suite (u_n).
   Quelle formule, étirée vers le bas, peut-on écrire dans la cellule **A3** pour obtenir les termes successifs de la suite (u_n) ?
2. Soit la suite (v_n) définie par $v_0 = 3$ et pour tout entier naturel n par $v_{n+1} = 2nv_n + 5$.
   A l'aide d'un tableur, déterminer les premiers termes de la suite (v_n).

Algorithme - Piège classique !

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$ et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = \left(\dfrac{n+1}{2n+4}\right)u_n$.
On admet la limite de la suite (u_n) vaut 0.
Compléter l'algorithme ci-contre, afin qu'il affiche la plus petite valeur de n pour laquelle $u_n \leqslant 10^{-5}$.

```
n ← 0
U ← 1
Tant que ...
    n ← ...
    U ← ...
Fin Tant que
Afficher n
```