Loi normale $\mathcal{N}(0;1)$: Exercices

Corrigés en vidéo avec le cours sur jaicompris.com

Loi normale et symétrie

Une variable aléatoire X suit une loi normale d'espérance 45. On sait que $P(X > 30) = 0{,}7$.
Déterminer, sans calculatrice, les probabilités suivantes : $P(X \geqslant 60)$ $\qquad$ $P(30 \leqslant X \leqslant 60)$

Loi normale et calculatrice

Une variable aléatoire X suit la loi normale $\mathcal{N}(80;49)$. Déterminer les probabilités suivantes à 10^{-2} près :
$P(X < 80)$ $\qquad$ $P(X \geqslant 85)$ $\qquad$ $P(80 \leqslant X \leqslant 85)$ $\qquad$ $P(X < 80 \cup X > 85)$ $\qquad$ $P_{X\leqslant 85}(X \geqslant 80)$

Loi normale : 1, 2, 3 sigmas

Une variable aléatoire X suit la loi normale $\mathcal{N}(\mu;\sigma^2)$. Déterminer les probabilités suivantes à 10^{-3} près :
$P(\mu-\sigma \leqslant X \leqslant \mu+\sigma)$ $\qquad$ $P(\mu-2\sigma \leqslant X \leqslant \mu+2\sigma)$ $\qquad$ $P(\mu-3\sigma \leqslant X \leqslant \mu+3\sigma)$

Loi normale : déterminer l'espérance μ

Une étude a permis de révéler que le score d'un candidat lors d'un test, peut être modélisé par une variable aléatoire X qui suit une loi normale d'écart-type 20. Dans chaque cas, Déterminer l'espérance μ à 10^{-2} près :
a) 80% des candidats ont un score inférieur à 60 points.
b) 30% des candidats ont un score supérieur à 70 points.

Loi normale : déterminer l'écart-type σ

Une étude a permis de révéler que le retard d'un train, en minute, peut être modélisé par une variable aléatoire X qui suit une loi normale d'espérance 5. 10% des trains ont plus de 15 minutes de retard.
Déterminer l'écart-type σ à 10^{-2} près.

Loi normale : probabilité conditionnelle

Une étude a permis de révéler que le retard d'un train, en minute, peut être modélisé par une variable aléatoire X qui suit une loi normale d'espérance 5. On a observé que 80% des trains ont moins de 7 minutes de retard.
Un train a déjà 3 minutes de retard.
Déterminer, sans calculatrice, la probabilité que ce train ait moins de 7 minutes de retard.

Loi normale : déterminer l'espérance μ et l'écart-type σ

La durée de vie d'une ampoule, en heure, suit une loi normale $\mathcal{N}(\mu;\sigma^2)$. On a observé que 80% des ampoules ont une durée de vie supérieure à 3000h et 10% ont une durée de vie inférieure à 1000h.
Déterminer l'espérance μ et l'écart-type σ à 10^{-2} près.

Loi normale et QI

Les tests de QI sont conçus de façon à ce que la répartition des QI suive la loi normale $\mathcal{N}(100;225)$.
On considère qu'un individu est surdoué s'il fait partie des 5% de la population ayant le QI le plus élevé.
A partir de quel QI est-on considéré comme surdoué ?

Loi normale et intervalle

On a observé que la taille des basketteurs T, en cm, suit la loi normale $\mathcal{N}(190;36)$.
1) Déterminer sans calcul, un intervalle dans lequel la taille d'un basketteur pris au hasard a environ 68% de chances de se trouver.
2) Un sélectionneur décide de choisir des basketteurs. Pour cela, il cherche un intervalle centré en 190, dans lequel la taille d'un basketteur, choisi au hasard, a 90% de chances de se retrouver.
Déterminer cet intervalle. On arrondira les résultats au millimètre.

Loi normale et taille des pains

Un boulanger fabrique des baguettes dont la taille T, en gramme, suit une loi normale d'espérance 200.
Il affirme que 95% de ses baguettes font entre 190 et 210 grammes.
1) Déterminer, sans calculatrice, une valeur approchée de l'écart-type σ.
2) Déterminer, sans calculatrice, la probabilité d'avoir une baguette qui pèse moins de 190 g.
3) Quelle est la probabilité d'avoir deux jours d'affilée une baguette qui pèse moins de 190 g.

Loi normale et réglage d'une machine

Une machine fabrique des tubes métalliques cylindriques.
Les diamètres, en millimètre, des tubes sont distribués suivant une loi normale $\mathcal{N}(15; 9)$.
Pour être utilisables, les tubes doivent avoir un diamètre compris entre 14 et 16 millimètres.
1) Quelle est la probabilité qu'un tube ne soit pas utilisable.
2) Un ingénieur affirme qu'en modifiant la machine, il peut réduire l'écart-type.
Quel devrait-être cet écart-type pour que 95% des tubes soient utilisables ?

Loi normale et réglage d'une machine

Des sachets sont remplis de poudre par une machine.
On pose une étiquette sur chaque sachet, indiquant qu'il contient 100 grammes de poudre.
On observe que la masse d'un sachet suit une loi normale d'écart-type $\sigma = 2$.
La valeur de μ, l'espérance dépend du réglage de la machine.
Sur quelle valeur de μ faut-il régler la machine pour qu'au moins 99% des sachets aient une masse supérieure à 100 g ?
