Primitives d'une fonction : Exercices
Corrigés en vidéo avec le cours sur jaicompris.com

On considère les fonctions f, g et h définies sur $\mathbb{R}$ par :
$f(x) = x^2 + x - 10$ et $g(x) = (x-1)(x+2)$ et $h(x) = 2x + 1$.
Vérifier que les fonctions f et g sont deux primitives de la fonction h.

On considère les fonctions F et f définies sur $\mathbb{R}$ par : $F(x) = \dfrac{1}{3}(2x+1)^3$ et $f(x) = (2x+1)^2$.
F est-elle une primitive de f ? Justifier.

Déterminer, dans chaque cas, une primitive F de la fonction f sur l'intervalle I :

a) $f(x) = \dfrac{2x^4}{3}$ et $I = \mathbb{R}$ b) $f(x) = \dfrac{5}{2x^3}$ et $I =]0; +\infty[$

c) $f(x) = \dfrac{5}{7x}$ et $I =]0; +\infty[$ d) $f(x) = -\dfrac{3}{x^2} + \dfrac{2}{5x} + 3x - 2$ et $I =]0; +\infty[$

Déterminer, dans chaque cas, une primitive F de la fonction f sur l'intervalle I :

a) $f(x) = \dfrac{5}{2x-1}$ et $I =]\dfrac{1}{2}; +\infty[$ b) $f(x) = \dfrac{x+2}{(x^2+4x)^3}$ et $I =]0; +\infty[$
c) $f(x) = \dfrac{\ln x}{x}$ et $I =]0; +\infty[$

Déterminer une primitive des fonctions suivantes sur l'intervalle I :

a) $f(x) = \dfrac{1}{x-1}$ et $I =]1; +\infty[$ b) $g(x) = \dfrac{4}{(x-1)^2}$ et $I =]1; +\infty[$

c) $h(x) = \dfrac{1}{x-1}$ et $I =]-\infty; 1[$ d) $i(x) = \dfrac{x}{x^2+1}$ et $I = \mathbb{R}$

On considère la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = x \ln x$.
1) Déterminer $f'(x)$.
2) En déduire une primitive F de la fonction ln.

Déterminer, dans chaque cas, une primitive F de la fonction f sur l'intervalle I :

a) $f(x) = e^{2x}$ et I=$\mathbb{R}$ b) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$ et $I =]0; +\infty[$ c) $f(x) = \sin x + \cos 2x$ et $I = \mathbb{R}$

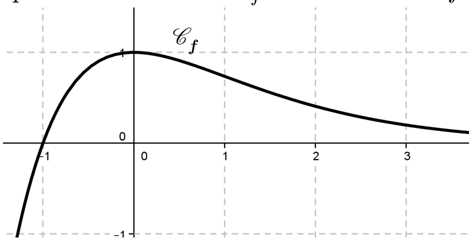
On considère la fonction f définie sur $]1; +\infty[$ par $f(x) = \dfrac{x-6}{(x-1)^2}$.

1) Déterminer deux réels a et b tels que pour tout $x \in]1; +\infty[$, $f(x) = \dfrac{a}{x-1} + \dfrac{b}{(x-1)^2}$.
2) En déduire une primitive F de f sur $]1; +\infty[$.

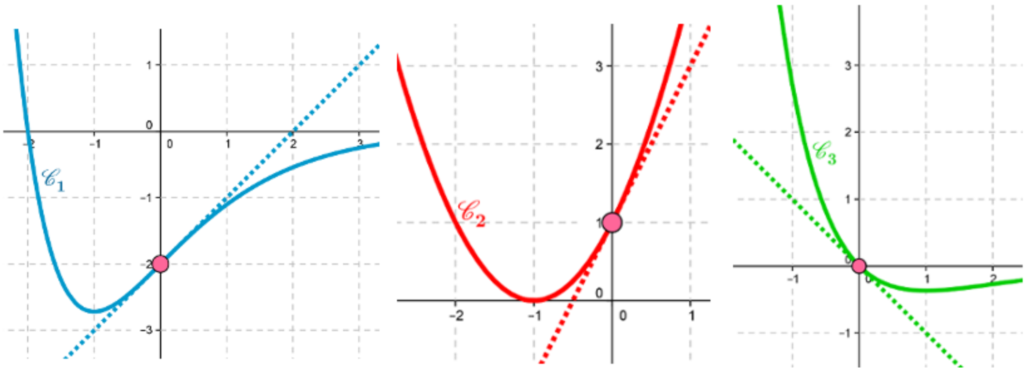
On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{x^2+x+1}{4}$.

Déterminer la primitive F de f qui passe par le point A(2 ;1).

On a représenté la courbe $\mathscr{C}_f$ d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

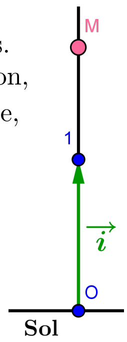


On a représenté trois courbes et la tangente en pointillé à chacune de ces courbes au point d'abscisse 0.



Une de ces courbes représente une primitive de f. Laquelle ? Justifier.

A l'instant $t = 0$, Gaspard lance vers le haut une bille de 2 g qui se trouve à 1 m du sol.
La vitesse initiale de la bille est de 8 $m \times s^{-1}$.
Une fois la bille lancée, celle-ci est en chute libre, les forces de frottement étant négligées.
On note M le centre d'inertie de la bille et $a(t)$, $v(t)$, et $x(t)$, respectivement l'accélération, la vitesse et l'abscisse du point M, en fonction du temps t dans le repère $(\text{O} ; \vec{i})$ ci-contre, où 1 unité correspond à 1 m. On rappelle que $v'(t) = a(t)$ et que $x'(t) = v(t)$.
Le champ de pesanteur est supposé uniforme et de valeur $g = 10\ m \times s^{-2}$.



1) Justifier que $a(t) = -10$.
2) Déterminer $v(t)$ puis $x(t)$ en fonction de t.
3) Quelle est la hauteur maximale atteinte par la bille ?
4) A quel instant la bille atteindra-t-elle le sol ?
5) Quelle est la donnée inutile de l'énoncé ? Justifier.

Primitive de $f(x) = xe^x$ par 2 méthodes
On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = xe^x$.
Partie A - Méthode 1 :
Déterminer les réels a et b tels que la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par $\text{F}(x) = (ax + b)e^x$ soit une primitive de f.
Partie B - Méthode 2 :
1. Trouver une relation entre f et f'.
2. En déduire une primitive F de f.
