

Polynôme du second degré
Forme canonique - Première S ES STI - Exercices
Corrigés en vidéo avec le cours sur jaicompris.com

Attention aux erreurs sur les coefficients des polynômes du second degré

Dans chaque cas, dire s'il s'agit d'un polynôme du second degré.

Dans l'affirmative, donner les coefficients a , b , c .

- a) $-2x^2 - 5$ b) $(1 - 2x)^2$ c) $\frac{x^2}{4} - 3x + 1$ d) $(1 - 3x)(2x + 5)$
e) $\frac{x^2 + x - 1}{4}$ f) $-3x^2$ g) $1 - 3x$ h) $(3x - 2)^2 - 9x^2$
-

Soit f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2 - 4x - 1$. Vérifier que la forme canonique de f est $(x - 2)^2 - 5$

Écrire un polynôme sous forme canonique

Dans chaque cas, déterminer la forme canonique des trinômes suivants :

- a) $x^2 + 6x + 1$ b) $-2x^2 + 5$
c) $2x^2 + x$ d) $(1 - 2x)^2$
-

Trouver le sommet de la parabole

On note \mathcal{P} la parabole représentant la fonction f .

Dans chaque cas, déterminer les coordonnées du sommet de \mathcal{P}

- a) $f(x) = -x^2 + 4x + 1$ b) $f(x) = 2(x - 3)^2 - 7$ c) $f(x) = -2x^2 + x$
e) $f(x) = (1 - x)(x + 3)$ f) $f(x) = -2(1 - 2x)(4x - 5)$ g) $f(x) = (1 - 2x)^2$
-

Soit f un polynôme du 2nd degré tel que $f(2) = 3$ et $f(10) = 3$. Déterminer l'abscisse du sommet.

Trouver les variations d'un polynôme du second degré

Dans chaque cas, dire si la fonction admet un maximum ou un minimum et en quelle valeur il est atteint.

- a) $f(x) = x^2 - 2x + 3$ b) $f(x) = -2(3 - x)^2 + 2$ c) $f(x) = (1 - 2x)(x - 3)$
-

Dresser le tableau de variations de chacune des fonctions suivantes définies sur \mathbb{R} :

- a) $f(x) = x^2 - 2x + 3$ b) $g(x) = -2(x + 1)^2 - 3$ c) $h(x) = (4 - 2x)(x - 3)$
-

Dans chaque cas, dire si la courbe de la fonction f coupe l'axe des abscisses :

- a) $f(x) = x^2 - x + 3$ b) $f(x) = 1 - x^2 + 5x$ c) $f(x) = -x^2 + 2x - \frac{1}{4}$
-

Trouver la parabole passant par des points donnés

Soit une parabole qui admet pour sommet le point $(2;1)$ et qui passe par le point $(1;3)$.

Déterminer la fonction f qui correspond à cette parabole.

QCM - polynôme du second degré

Préciser si les affirmations sont vraies ou fausses :

- 1°) La courbe de la fonction $f(x) = 2(1 - x)^2 - 3$ est une parabole tournée vers le haut.
2°) La courbe de la fonction $f(x) = -2x^2 + 12x - 17$ est une parabole et son sommet a pour abscisse 3.
3°) La courbe de la fonction $f(x) = 3(x + 2)^2 + 5$ est une parabole et le sommet a pour coordonnées $(-2;5)$.
-

Reconnaître la fonction correspondant à une parabole

Associer à chaque courbe, la fonction qui lui correspond, en justifiant.

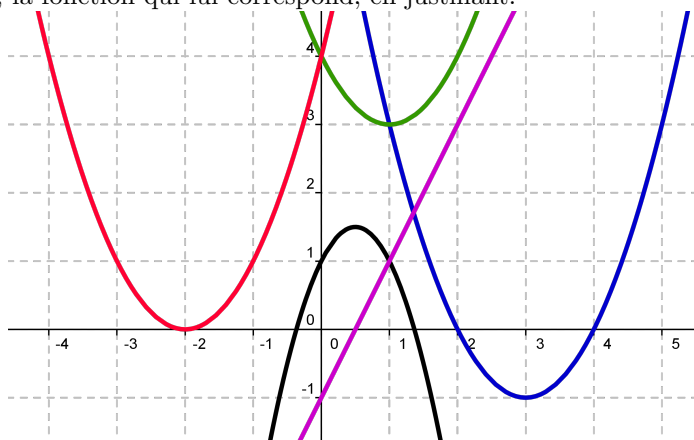
$$f : x \rightarrow x^2 - 6x + 8$$

$$g : x \rightarrow -2x^2 + 2x + 1$$

$$h : x \rightarrow 2x - 1$$

$$k : x \rightarrow (x - 1)^2 + 3$$

$$m : x \rightarrow x^2 + 4x + 4$$



On donne le tableau de variation d'une fonction f

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(x)$	5 		

Parmi les fonctions suivantes, une est f . Laquelle? Justifier.

$$x \rightarrow (x - 3)^2 + 5$$

$$x \rightarrow (x + 3)^2 + 5$$

$$x \rightarrow -(x - 3)^2 + 5$$

$$x \rightarrow -(x - 5)^2 + 3$$

QCM - révision forme canonique

Dans chaque cas, indiquer la ou les bonnes réponses :

1°) Soit f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 3(x - 1)^2 - 2$

- a) f est croissante sur $[1; +\infty[$ b) f est négative pour $x \leq 1$ c) f admet un maximum en 1

2°) Soit f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -(x + 4)^2 - 3$

- a) Le maximum de f est 4 b) f admet un maximum en -4 c) pour tout x , $f(x) \leq 0$

3°) Soit $f : x \rightarrow -3(x - 4)^2 + 7$

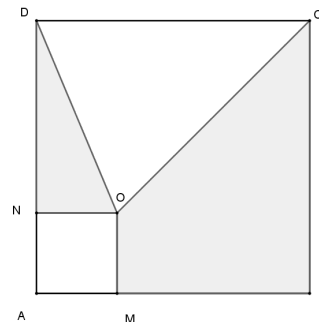
- a) L'équation $f(x) = 8$ admet des solutions b) l'équation $f(x) = 0$ admet 2 solutions

Trouver une aire maximum - Polynôme du second degré

$ABCD$ est un carré de côté 10 cm et M est un point de $[AB]$ (distinct de A et de B) et $AMON$ est un carré de côté x .

1. Montrer que l'aire grise (en cm^2) s'écrit $-x^2 + 5x + 50$.

2. Où placer le point M pour obtenir la plus grande aire grise possible? Que vaut alors l'aire grise?



Revenu maximum - polynôme du second degré - variations

Une agence immobilière possède 200 studios qui sont tous occupés quand le loyer est de 700 € par mois. L'agence estime qu'à chaque fois qu'elle augmente le loyer de 5 €, un appartement n'est plus loué.

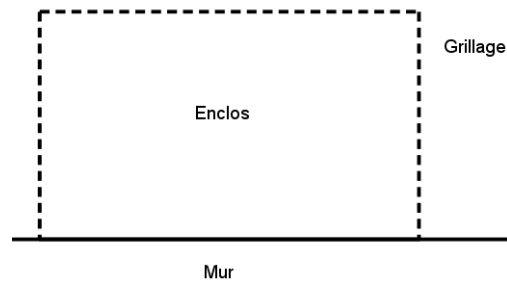
1. On note x le nombre d'augmentations de 5 € sur le loyer mensuel.
 - (a) Montrer que le revenu mensuel de l'agence (en euros) s'écrit : $-5x^2 + 300x + 140\,000$.
 - (b) En déduire le montant du loyer pour maximiser le revenu mensuel de l'agence.
2. Ecrire un algorithme en langage naturel permettant de retrouver la réponse à ce problème.

Bénéfice maximum - polynôme du second degré - variations

Un pompiste vend le litre d'essence au prix de 1,20 €. Le prix d'achat est pour lui de 0,85 € le litre. Il sait qu'il peut compter sur une vente journalière de 1000 litres et qu'à chaque baisse de 1 centime qu'il consent pour le prix du litre, il vendra 100 litres de plus par jour. À quel prix le pompiste doit-il vendre le litre d'essence pour faire un bénéfice maximal et quelle est la valeur de ce bénéfice maximal ?

Surface maximale - polynôme du second degré - variations

On souhaite délimiter un enclos rectangulaire adossé à un mur à l'aide d'une clôture en grillage de 80 mètres de long comme indiqué sur le schéma ci-dessous :



Quelles sont les dimensions de l'enclos pour obtenir la plus grande surface possible ?

Démonstrations des variations d'un polynôme du second degré - Forme canonique

En utilisant la définition d'une fonction strictement croissante sur un intervalle (puis celle d'une fonction strictement décroissante), démontrer que :

1. la fonction $f : x \mapsto 2(x - 3)^2 - 1$ est strictement croissante sur $[3 ; +\infty[$.
 2. la fonction $f : x \mapsto -3(x + 1)^2 + 5$ est strictement décroissante sur $[-1 ; +\infty[$.
 3. la fonction $f : x \mapsto \frac{1}{2}(x - 2)^2 + 3$ est strictement décroissante sur $] -\infty ; 2]$.
-